

Тітов В. А.
Сохан Д. В.
Балушок К. Б.

ВПЛИВ СКЛАДНОГО ПЕРЕРІЗУ ЗАГОТОВКИ ТА ЗМІЦНЕННЯ МЕТАЛУ НА НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ПРИ ЗГІНІ

Стаття присвячена теоретичному аналізу процесу гнуття полоси складної форми з металів, що зміцнюються. Основною метою дослідження є визначення величини радіусу нейтральної поверхні у перерізах складної форми. Застосовані припущення про пластичність матеріалу, а також про плоский деформований стан та об'ємний напружений стан, дозволили розглянути процес гнуття в поперечному перерізі заготовки. З урахуванням цих особливостей були запропоновані основні рівняння для визначення нейтральної поверхні. Отримані результати дозволяють описати процеси гнуття, що спрощує аналіз та розрахунок виникнення дефектів при проектуванні процесів виготовлення деталей.

Розглянута структурна науково-прикладна задача ідеально-пластичного згину на ребро в холодному стані з алюмінієвих сплавів системи Al-Mg плоскої штаби на прикладі типової деталі газо-турбінного двигуна лопатка реверса з поперечним аеродинамічним перерізом заготовки типу «крило». Запропонована структура комплексного процесу формоутворення лопатки з штаби з складним перерізом. На основі аналітичного огляду наукових публікацій та поставленої науково-технічної задачі обґрунтована необхідність врахування впливу зміцнення металу та складного перерізу заготовки на положення нейтрального шару для забезпечення точності визначення напружено-деформованого стану в осередку деформації. На основі отриманих гіпотез та припущень отримано рівняння, яке враховує ступеневий коефіцієнт зміцнення, а також параметри поперечного перерізу заготовки.

Ключові слова: нейтральна поверхня, полоса, радіус нейтральної поверхні, складний переріз, метод скінченних елементів, напружено-деформований стан.

В машинобудуванні широко використовуються деталі з складним перерізом, які виготовлені методом гнуття.

При розробленні технологічного процесу виготовлення цих деталей виникають дефекти руйнування та втрати стійкості. Експериментальні дослідження показали, що дані ефекти виникають в залежності від розподілу деформації в регулярному перерізі деталі в місцях згину. Деформації залежать від положення нейтрального шару. Особливо складними являються деталі в конструкції яких є косий згин. Питаннями визначення нейтральної поверхні розглядали в роботах [1-14].

Серед багатьох конструкцій лопаток ГТД технологічно складними являються лопатки реверсу двигуна (рис. 1а). Вони виготовляються процесом холодного деформування зі штаби, що має поперечний переріз, який відповідає перерізу лопатки (рис. 1б). Заготовки лопатки запропоновано виготовляти з нового алюмінієвого сплаву системи Al-Mg-Sc [15-17]. Процес виготовлення заготовки описаний в статті. Основною вимогою до вихідної заготовки - профільованої штаби являється наявність високих характеристик міцності $\sigma_B = 450$ МПа та достатньою пластичністю в холодному стані $\delta_0 \geq 15\%$.

Сплав Al-Mg-Sc відноситься до класу корозійно-стійких сплавів з підвищеними механічними властивостями. В нового сплаву межа міцності перевищує сплав АМг6 на 10-15% при збереженні високої пластичності. Величина межі міцності досягає рівня високоміцних алюмінієвих сплавів.

Формування лопаток (подібної конструкції) з алюмінієвого сплаву АМг6 розглянуто в роботі [18]. Задача вирішена для ідеально пластичного матеріалу заготовки. Таким чином не враховується зміцнення. Позитивним питанням являється вирішення задачі позиціонування заготовки перед штампуванням з умови, що заготовка знаходиться під кутом $22,4^\circ$.

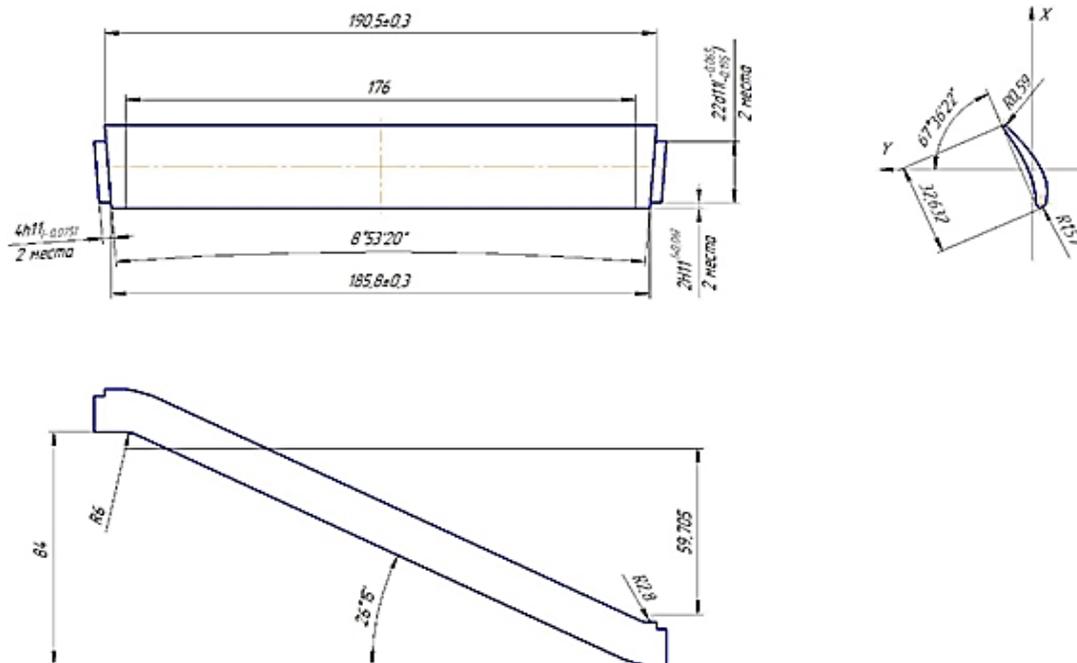


Рис. 1. Креслення деталі

Процес формоутворення лопатки з профільованої штаби можна розглядати як комплексний процес, який складається з основних формоутворювальних операцій:

- гнуття кінцевої частини вихідної заготовки в площині штаби в напрямку тонкої сторони поперечного перерізу;
- гнуття кінцевої частини вихідної заготовки з другого кінця штаби в напрямку потовщеної сторони поперечного перерізу. Відстань між центрами згину кінцевих частин становить $185,8 \pm 0,3$ мм, а в верхньому напрямку - $59,7 \pm 0,5$ мм. Величина цих відстаней уточнюється по комп'ютерній моделі, а забезпечується формою робочої поверхні оснащення і схемою навантаження;
- гнуття кінцевих частин заготовки в напрямку перпендикулярному площині заготовки в різні сторони у відповідності до моделі деталі;
- калібрування поперечного перерізу заготовки в штампі.

Метою роботи є аналітичне обґрунтування впливу зміцнення матеріалу та складного перерізу заготовки на положення нейтрального шару для подальшого визначення напружено-деформованого стану.

Для вирішення поставленої мети в статті вирішені наступні задачі:

1. Отримання рівняння для визначення нейтрального шару заготовки постійної товщини;
2. Апроксимація заготовки змінної товщини;
3. Отримання рівняння для визначення нейтрального шару змінної товщини;
4. Порівняння отриманих даних для аналітичного і числового методів розв'язання.

В роботі розглянуто згин полоси довільного перетину на ребро. Схема згину наведена на рис. 2. Процес згину розглядається в циліндричній системі координат, центр якої співпадає з "центром згину" заготовки. В процесі згину деформований стан заготовки приймаємо плоским - деформаціями в напрямку осі oz нехтуємо ($e_z = 0$). Це припущення не впливає на точність розрахунку деформацій і напружень. Втрата стійкості виникає в процесі згину вже при малих пружно-пластичних деформаціях, які співрозмірні деформаціям межі пропорційності матеріалу заготовки.

Деформований стан, який створюється в тілі, відповідає умові рівноваги внутрішніх сил. Тому для встановлення відношення між радіусом кривизни нейтрального шару і згинаючим моментом M при чистому згині запишемо рівняння рівноваги моментів внутрішніх сил

[19]. Враховуючи, що b і l являються константами, то справедливим є рівняння питомих моментів (питомий момент сил відносно нейтрального шару):

$$M = \int_{R_B}^{R_3} lb\sigma_{\varphi\varphi}(r)rdr = 0 \tag{1}$$

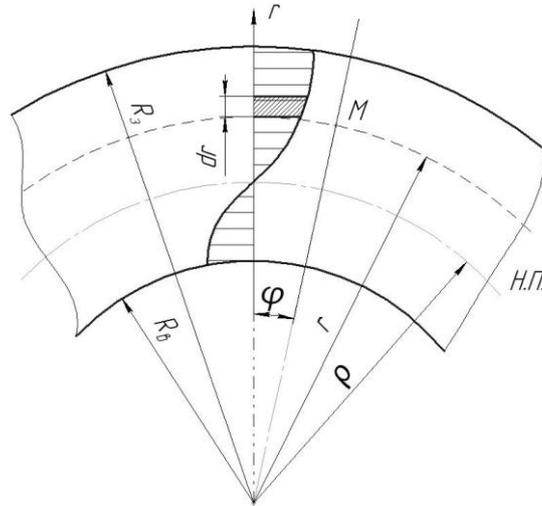


Рис. 2. Розрахункова схема процесу згину

Залежність між інтенсивністю напружень і деформацій прийнято у вигляді:

$$\sigma_i = Ke_i^n, \tag{2}$$

де K – лінійний коефіцієнт зміцнення,
 n – ступеневий коефіцієнт зміцнення.

Для величини відносного радіусу згину можна прийняти з певною похибкою положення щодо справедливості гіпотези плоского перерізу. Тоді плоский деформований стан, можна записати:

$$e_{\varphi\varphi} = -e_{rr}, e_{zz} = 0$$

де $e_{rr}, e_{\varphi\varphi}, e_{zz}$ – компоненти тензору деформацій в циліндричній системі координат

Інтенсивність деформацій:

$$e_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(e_{rr} - e_{\varphi\varphi})^2 + e_{\varphi\varphi}^2 + e_{zz}^2} = \frac{\sqrt{2}}{3} |e_{\varphi\varphi}|$$

Величину розподілу тангенціальних деформацій, враховуючи прийняту гіпотезу плоских перерізів можна представити у такому вигляді:

$$e_{\varphi\varphi} = \frac{y}{\rho} = \frac{r - \rho}{\rho} \tag{3}$$

Підставляючи (3) у (2) отримаємо:

$$\sigma_i = \frac{\sqrt{2}}{3} K \left(\frac{r - \rho}{\rho} \right)^n \tag{4}$$

Підставимо (4) в рівняння рівноваги моментів отримаємо, коли $B(r) = const$:

$$M = \int_{R_B}^{R_3} \frac{\sqrt{2}}{3} K \left(\frac{r - \rho}{\rho} \right)^n (r - \rho) dr = 0 \tag{5}$$

У рівняння (5) підставимо межі інтегрування і отримаємо:

$$M = \frac{\sqrt{2}}{3} \frac{K}{\rho^n} \int_{\rho}^{R_3} (r - \rho)^{n+1} dr - \frac{\sqrt{2}}{3} \frac{K}{\rho^n} \int_{\rho}^{R_B} (\rho - r)^{n+1} dr = 0 \tag{6}$$

Проінтегрувавши отримаємо:

$$\frac{\sqrt{2}}{3} \frac{K}{\rho^n} \left[\frac{(R_3 - \rho)^{n+2}}{n+2} - \frac{(\rho - \rho)^{n+2}}{n+2} \right] - \frac{\sqrt{2}}{3} \frac{K}{\rho^n} \left[\frac{(\rho - R_B)^{n+2}}{n+2} - \frac{(\rho - \rho)^{n+2}}{n+2} \right] = 0 \tag{7}$$

В рівнянні (7) радіус нейтральної поверхні ρ є невідомими. Вирішення рівняння (7) відносно ρ .

$$\rho_0 = \frac{R_3 + R_B}{2} \tag{8}$$

Це рішення є тривіальним і відповідає заготовці постійного поперечного перерізу.

Розглянемо переріз складної форми, який показано на рис. 2. Формулу поперечного перерізу можна спростити функцією $B(r)$. То рівняння (1) має вид:

$$M = \int_{R_B}^{R_3} B(r) \sigma_{\varphi\varphi}(r) r dr = 0 \tag{9}$$

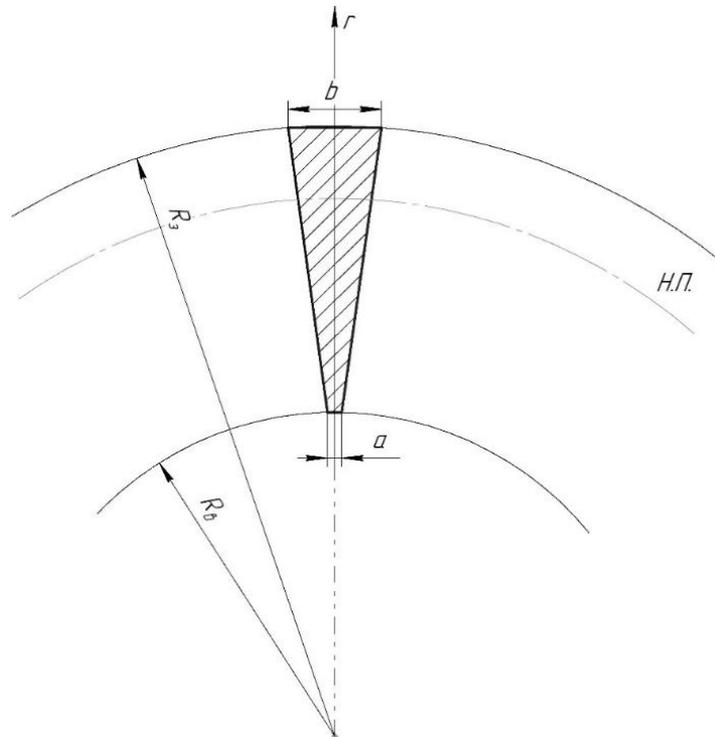


Рис. 3. Апроксимація геометрії заготовки

Припускаємо, що $B(r)$ має обмежені розміри. Тому деформований стан – об’ємний. Але для спрощення оцінки деформування в розрахунках цим нехтуємо.

$$B(r) = Cr + D \quad (10)$$

при $r = R_B, B(r) = a$;

$$B(r) = C \cdot R_B + D = a \quad (11)$$

Звідси:

$$D = a - C \cdot R_B \quad (12)$$

Підставивши це у вираз функції отримаємо:

$$B(r) = Cr + (a - C \cdot R_B) \quad (13)$$

при $r = R_3, B(r) = b$;

$$B(r) = C \cdot R_3 + (a - C \cdot R_B) = b \quad (14)$$

$$C(R_3 - R_B) = b - a \quad (15)$$

Звідси:

$$C = \frac{b - a}{R_3 - R_B} \quad (16)$$

Підставивши це у вираз функції отримаємо:

$$B(r) = \frac{b - a}{R_3 - R_B} r + \left(a - \frac{b - a}{R_3 - R_B} \cdot R_B \right) \quad (17)$$

$$B(r) = \frac{b - a}{R_3 - R_B} (r - R_B) + a \quad (18)$$

$$B(r) = \frac{r - R_B}{R_3 - R_B} (b - a) + a \quad (19)$$

Тепер апроксимовану функцію (19) підставляємо у вираз (6) отримаємо:

$$M = \frac{\sqrt{2}}{3} \frac{K}{\rho^n} \int_{\rho}^{R_3} \left(\frac{r - R_B}{R_3 - R_B} (b - a) + a \right) (r - \rho)^{n+1} dr - \frac{\sqrt{2}}{3} \frac{K}{\rho^n} \int_{\rho}^{R_B} \left(\frac{r - R_B}{R_3 - R_B} (b - a) + a \right) (\rho - r)^{n+1} dr = 0 \quad (20)$$

Введемо позначення:

$$M = I_1 + I_2$$

Розв’яжемо інтеграл першої частини:

$$I_1 = \int_{\rho}^{R_3} \left(\frac{r - R_B}{R_3 - R_B} (b - a) + a \right) (r - \rho)^{n+1} dr \quad (21)$$

Для його розв'язання проведемо деякі операції спрощення.

Розкриємо дужки в чисельнику:

$$I_1 = \int_{\rho}^{R_3} \left(\left(\frac{r - R_B}{R_3 - R_B} \right) * (b - a) * (r - \rho)^{n+1} + a * (r - \rho)^{n+1} \right) dr \quad (22)$$

Розподілимо інтеграл на два доданки:

$$I_1 = \int_{\rho}^{R_3} \left(\frac{r - R_B}{R_3 - R_B} \right) * (b - a) * (r - \rho)^{n+1} dr + \int_{\rho}^{R_3} a * (r - \rho)^{n+1} dr \quad (23)$$

Перший доданок можна записати як добуток двох функцій:

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_{\rho}^{R_3} \left(\frac{r - R_B}{R_3 - R_B} \right) * (b - a) * (r - \rho)^{n+1} dr = \\ &= \left(\frac{b - a}{R_3 - R_B} \right) \int_{\rho}^{R_3} (r - R_B) * (r - \rho)^{n+1} dr \end{aligned} \quad (24)$$

Для розв'язання цього доданку використаємо формулу інтегрування за частинами:

$$\int u dv = u * v - \int v du \quad (25)$$

Задамо:

$$\begin{aligned} u &= (r - R_B), \\ dv &= (r - \rho)^{n+1} dr \end{aligned} \quad (26)$$

Обчислимо du і v :

$$\begin{aligned} du &= dr, \\ v &= \frac{(r - \rho)^{n+2}}{n + 2} \end{aligned} \quad (27)$$

Застосуємо формулу інтегрування за частинами:

$$\begin{aligned} &\left(\frac{b - a}{R_3 - R_B} \right) \int_{\rho}^{R_3} (r - R_B) * (r - \rho)^{n+1} dr = \left(\frac{b - a}{R_3 - R_B} \right) * \\ &* \left[(r - R_B) * \left(\frac{1}{n + 2} \right) * (r - \rho)^{n+2} - \int_{\rho}^{R_3} \left(\frac{1}{n + 2} \right) * (r - \rho)^{n+2} dr \right] \end{aligned} \quad (28)$$

Спростимо вираз:

$$\begin{aligned} &\left(\frac{b - a}{R_3 - R_B} \right) * \\ &* \left[\left(\frac{1}{n + 2} \right) * (r - R_B) * (r - \rho)^{n+2} - \left(\frac{1}{n + 2} \right) * \int_{\rho}^{R_3} (r - \rho)^{n+2} dr \right] \end{aligned} \quad (29)$$

Другий доданок $\int_{\rho}^{R_3} a * (r - \rho)^{n+1} dr$ просто інтегрується:

$$\int_{\rho}^{R_3} a * (r - \rho)^{n+1} dr = a * \left(\frac{1}{n+2}\right) * (r - \rho)^{n+2} \quad (30)$$

Таким чином, остаточне розв'язання має вигляд:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{b-a}{R_3 - R_B}\right) * \\ & * \left[\left(\frac{1}{n+2}\right) * (r - R_B) * (r - \rho)^{n+2} - \left(\frac{1}{n+2}\right) * \int_{\rho}^{R_3} (r - \rho)^{n+2} dr \right] + \\ & + a * \left(\frac{1}{n+2}\right) * (r - \rho)^{n+2} \end{aligned} \quad (31)$$

Для продовження розв'язання, спростимо вираз далі.

$\int_{\rho}^{R_3} (r - \rho)^{n+2} dr$ можна обчислити за допомогою формули інтегрування степеневі функції. Враховуючи, що $n + 2 \neq -1$, маємо:

$$\int_{\rho}^{R_3} (r - \rho)^{n+2} dr = \left(\frac{1}{n+3}\right) * (r - \rho)^{n+3} \quad (32)$$

Підставимо це значення у попередній вираз:

$$\begin{aligned} I_1 &= \left(\frac{b-a}{R_3 - R_B}\right) * \\ & * \left[\left(\frac{1}{n+2}\right) * (r - R_B) * (r - \rho)^{n+2} - \left(\frac{1}{n+2}\right) * \left(\frac{1}{n+3}\right) * (r - \rho)^{n+3} \right] + \\ & + a * \left(\frac{1}{n+2}\right) * (r - \rho)^{n+2} \end{aligned} \quad (33)$$

Зараз можна спростити вираз, виконати обчислення та згрупувати подібні члени, а також замінити константи надані в умові:

$$\begin{aligned} I_1 &= \left(\frac{b-a}{R_3 - R_B}\right) * \left[\left(\frac{1}{n+2}\right) * (r - R_B) * (r - \rho)^{n+2} - \left(\frac{1}{n+2}\right) * \left(\frac{1}{n+3}\right) * (r - \rho)^{n+3} \right] + \\ & + a * \left(\frac{1}{n+2}\right) * (r - \rho)^{n+2} = \\ & = \left(\frac{b-a}{R_3 - R_B}\right) * \left[\frac{r - R_B}{n+2} * (r - \rho)^{n+2} - \left(\frac{1}{(n+2)(n+3)}\right) * (r - \rho)^{n+3} \right] + \frac{a}{n+2} * \\ & * (r - \rho)^{n+2} = \\ & = \left(\frac{b-a}{R_3 - R_B}\right) * \left(\frac{r - R_B}{n+2} - \left(\frac{1}{(n+2)(n+3)}\right) \right) * (r - \rho)^{n+2} + \frac{a}{n+2} * (r - \rho)^{n+2} = \\ & = \left(\frac{b-a}{R_3 - R_B}\right) * \left((r - R_B) - \frac{n+3}{n+2} \right) * \frac{(r - \rho)^{n+2}}{(n+2)} + \frac{a}{n+2} * (r - \rho)^{n+2} = \\ & = \left(\frac{b-a}{R_3 - R_B}\right) * \left((r - R_B) - \frac{n+3}{n+2} \right) * \frac{(r - \rho)^{n+2}}{(n+2)} + a * \frac{(r - \rho)^{n+2}}{(n+2)} \end{aligned} \quad (34)$$

Окремими доданками вираз можна представити так:

$$I_1 = \left[\left(\frac{b-a}{R_3 - R_B} \right) * \left((r - R_B) - \frac{n+3}{n+2} \right) + a \right] * \frac{(r-\rho)^{n+2}}{(n+2)} \quad (35)$$

Таким чином, остаточний результат має вигляд:

$$I_1 = \left[\left(\frac{b-a}{R_3 - R_B} \right) * \left((r - R_B) - \frac{n+3}{n+2} \right) + a \right] * \frac{(r-\rho)^{n+2}}{(n+2)} \quad (36)$$

Тепер розв'яжемо інтеграл другої частини:

$$I_2 = \int_{\rho}^{R_B} \left(\frac{r - R_B}{R_3 - R_B} (b-a) + a \right) (\rho - r)^{n+1} dr \quad (37)$$

Для його розв'язання проведемо деякі операції спрощення.

Розкриємо дужки в чисельнику:

$$I_2 = \int_{\rho}^{R_B} \left(\left(\frac{r - R_B}{R_3 - R_B} \right) * (b-a) * (\rho - r)^{n+1} + a * (\rho - r)^{n+1} \right) dr \quad (38)$$

Розподілимо інтеграл на два доданки:

$$I_2 = \int_{\rho}^{R_B} \left(\frac{r - R_B}{R_3 - R_B} \right) * (b-a) * (\rho - r)^{n+1} dr + \int_{\rho}^{R_B} a * (\rho - r)^{n+1} dr \quad (39)$$

Перший доданок можна записати як добуток двох функцій:

$$\begin{aligned} I_2 &= \int_{\rho}^{R_B} \left(\frac{r - R_B}{R_3 - R_B} \right) * (b-a) * (\rho - r)^{n+1} dr = \\ &= \left(\frac{b-a}{R_3 - R_B} \right) \int_{\rho}^{R_B} (r - R_B) * (\rho - r)^{n+1} dr \end{aligned} \quad (40)$$

Для розв'язання цього доданку використаємо формулу інтегрування за частинами.

Задамо:

$$\begin{aligned} u &= (r - R_B), \\ dv &= (\rho - r)^{n+1} dr \end{aligned} \quad (41)$$

Обчислимо du і v :

$$\begin{aligned} du &= dr, \\ v &= \frac{(\rho - r)^{n+2}}{n+2} \end{aligned} \quad (42)$$

Застосуємо формулу інтегрування за частинами:

$$\left(\frac{b-a}{R_3-R_B}\right) \int_{\rho}^{R_B} (r-R_B) * (\rho-r)^{n+1} dr = \left(\frac{b-a}{R_3-R_B}\right) * \\ * \left[(r-R_B) * \left(\frac{1}{n+2}\right) * (\rho-r)^{n+2} - \int_{\rho}^{R_B} \left(\frac{1}{n+2}\right) * (\rho-r)^{n+2} dr \right] \quad (43)$$

Спростимо вираз:

$$\left(\frac{b-a}{R_3-R_B}\right) * \\ * \left[\left(\frac{1}{n+2}\right) * (r-R_B) * (\rho-r)^{n+2} - \left(\frac{1}{n+2}\right) * \int_{\rho}^{R_B} (\rho-r)^{n+2} dr \right] \quad (44)$$

Другий доданок $\int_{\rho}^{R_B} a * (\rho-r)^{n+1} dr$ просто інтегрується:

$$\int_{\rho}^{R_B} a * (\rho-r)^{n+1} dr = a * \left(\frac{1}{n+2}\right) * (\rho-r)^{n+2} \quad (45)$$

Таким чином, остаточне розв'язання має вигляд:

$$\left(\frac{b-a}{R_3-R_B}\right) * \\ * \left[\left(\frac{1}{n+2}\right) * (r-R_B) * (\rho-r)^{n+2} - \left(\frac{1}{n+2}\right) * \int_{\rho}^{R_B} (\rho-r)^{n+2} dr \right] + \\ + a * \left(\frac{1}{n+2}\right) * (\rho-r)^{n+2} \quad (46)$$

Для продовження розв'язання, спростимо вираз далі.

$\int_{\rho}^{R_B} (\rho-r)^{n+2} dr$ можна обчислити за допомогою формули інтегрування степеневі функції. Враховуючи, що $n+2 \neq -1$, маємо:

$$\int_{\rho}^{R_B} (\rho-r)^{n+2} dr = \left(\frac{1}{n+3}\right) * (\rho-r)^{n+3} \quad (47)$$

Підставимо це значення у попередній вираз:

$$I_2 = \left(\frac{b-a}{R_3-R_B}\right) * \\ * \left[\left(\frac{1}{n+2}\right) * (r-R_B) * (\rho-r)^{n+2} - \left(\frac{1}{n+2}\right) * \left(\frac{1}{n+3}\right) * (\rho-r)^{n+3} \right] + \\ + a * \left(\frac{1}{n+2}\right) * (\rho-r)^{n+2} \quad (48)$$

Зараз можна спростити вираз, виконати обчислення та згрупувати подібні члени, а також замінити константи надані в умові:

$$\begin{aligned}
 I_2 &= \left(\frac{b-a}{R_3-R_B}\right) * \left[\left(\frac{1}{n+2}\right) * (r-R_B) * (\rho-r)^{n+2} - \left(\frac{1}{n+2}\right) * \left(\frac{1}{n+3}\right) * (\rho-r)^{n+3}\right] + \\
 &\quad + a * \left(\frac{1}{n+2}\right) * (\rho-r)^{n+2} = \\
 &= \left(\frac{b-a}{R_3-R_B}\right) * \left[\frac{r-R_B}{n+2} * (\rho-r)^{n+2} - \left(\frac{1}{(n+2)(n+3)}\right) * (\rho-r)^{n+3}\right] + \frac{a}{n+2} * (\rho-r)^{n+2} = \\
 &= \left(\frac{b-a}{R_3-R_B}\right) * \left(\frac{r-R_B}{n+2} - \left(\frac{1}{(n+2)(n+3)}\right)\right) * (\rho-r)^{n+2} + \frac{a}{n+2} * (r-\rho)^{n+2} = \\
 &= \left(\frac{b-a}{R_3-R_B}\right) * \left((r-R_B) - \frac{n+3}{n+2}\right) * \frac{(\rho-r)^{n+2}}{(n+2)} + \frac{a}{n+2} * (\rho-r)^{n+2} = \\
 &= \left(\frac{b-a}{R_3-R_B}\right) * \left((r-R_B) - \frac{n+3}{n+2}\right) * \frac{(\rho-r)^{n+2}}{(n+2)} + a * \frac{(\rho-r)^{n+2}}{(n+2)} \tag{49}
 \end{aligned}$$

Окремими доданками вираз можна представити так:

$$I_2 = \left[\left(\frac{b-a}{R_3-R_B}\right) * \left((r-R_B) - \frac{n+3}{n+2}\right) + a\right] * \frac{(\rho-r)^{n+2}}{(n+2)} \tag{50}$$

Таким чином, остаточний результат має вигляд:

$$I_2 = \left[\left(\frac{b-a}{R_3-R_B}\right) * \left((r-R_B) - \frac{n+3}{n+2}\right) + a\right] * \frac{(\rho-r)^{n+2}}{(n+2)} \tag{51}$$

Об'єднуємо вирази (36) і (51), і додаємо межі:

$$\begin{aligned}
 M &= \frac{\sqrt{2} K}{3 \rho^n} \left[\left[\left(\frac{b-a}{R_3-R_B}\right) * \left((R_3-R_B) - \frac{n+3}{n+2}\right) + a \right] * \frac{(R_3-\rho)^{n+2}}{n+2} \right. \\
 &\quad \left. - \left[\left(\frac{b-a}{R_3-R_B}\right) * \left((\rho-R_B) - \frac{n+3}{n+2}\right) + a \right] * \frac{(\rho-\rho)^{n+2}}{n+2} \right] \tag{52}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -\frac{\sqrt{2} K}{3 \rho^n} \left[\left[\left(\frac{b-a}{R_3-R_B}\right) * \left((R_B-R_B) - \frac{n+3}{n+2}\right) + a \right] * \frac{(\rho-R_B)^{n+2}}{(n+2)} \right. \\
 \left. - \left[\left(\frac{b-a}{R_3-R_B}\right) * \left((\rho-R_B) - \frac{n+3}{n+2}\right) + a \right] * \frac{(\rho-\rho)^{n+2}}{(n+2)} \right] = 0
 \end{aligned}$$

Рівняння рівноваги внутрішніх сил:

$$\begin{aligned}
 M &= \frac{\sqrt{2} K}{3 \rho^n} \left[\left[\left(\frac{b-a}{R_3-R_B}\right) * \left((R_3-R_B) - \frac{n+3}{n+2}\right) + a \right] * \frac{(R_3-\rho)^{n+2}}{n+2} \right] - \\
 &\quad - \frac{\sqrt{2} K}{3 \rho^n} \left[\left[\left(\frac{b-a}{R_3-R_B}\right) * \left(-\frac{n+3}{n+2}\right) + a \right] * \frac{(\rho-R_B)^{n+2}}{(n+2)} \right] = 0 \tag{53}
 \end{aligned}$$

Прийнявши, що $\rho^n \neq 0$ ми отримаємо:

$$M = \left[\left[\left(\frac{b-a}{R_3 - R_B} \right) * \left((R_3 - R_B) - \frac{n+3}{n+2} \right) + a \right] * \frac{(R_3 - \rho)^{n+2}}{n+2} \right] - \left[\left[\left(\frac{b-a}{R_3 - R_B} \right) * \left(-\frac{n+3}{n+2} \right) + a \right] * \frac{(\rho - R_B)^{n+2}}{(n+2)} \right] = 0 \quad (54)$$

Структура рівняння (54) показує, що положення нейтрального шару залежить від ступеневого коефіцієнту зміцнення (n).

Рівняння (54) було розв'язано методом послідовних наближень. За результатами розв'язку побудовані графіки, які представлені на рис. 4.

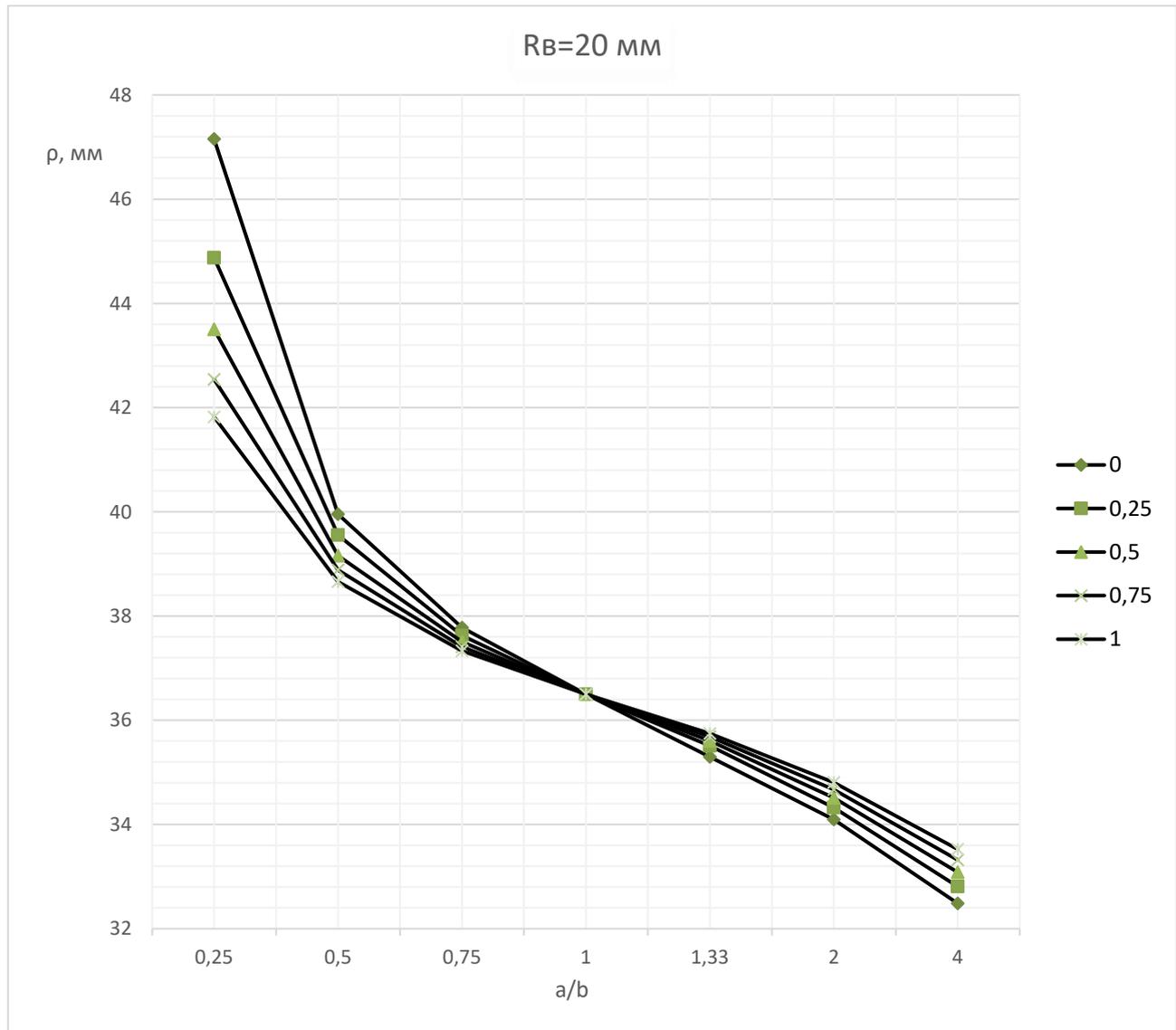


Рис. 4. Залежність радіуса нейтральної поверхні від відносного периметру складного перерізу ($\frac{a}{b}$) та залежність ступеневого коефіцієнту зміцнення металу для радіуса згину полоси 20 мм.

Аналіз кривих на рис. 4 показує:

1) Величина зміцнення нейтрального шару змінюється в межах від $n = 0$ до $n = 1$, що відповідає ($n = 0$) ідеально пластичному металу, а ($n=1$) пружньо-деформованому стану, при $0 < n < 1$ відбувається зміцнення металу.

2) Зі зменшенням показника $\frac{a}{b}$ та збільшенням ступеневого коефіцієнта збільшується величина зміщення нейтрального шару відносно його положення для ідеально-пластичного стану.

3) Для алюмінієвих сплавів величина ступеневого коефіцієнту зміщення знаходиться, як правило, в інтервалі від 0,150 до 0,550, що відповідає збільшенню деформації на тонкій кромці заготовки при згині на 4,4 – 7,8 %.

Таким чином врахуванням факторів зміщення та форми поперечного перерізу дозволяють отримати реальні показники деформовано-напруженого стану в крайових зонах заготовки, з використанням відомих співвідношень щодо граничного ступеня деформацій при розтязі, або втрати стійкості при деформаціях стиску.

ВИСНОВКИ

Розглянута структурна науково-прикладна задача ідеально-пластичного згину на ребро в холодному стані з алюмінієвих сплавів системи Al-Mg плоскої штаби на прикладі типової деталі газо-турбінного двигуна лопатка реверса з поперечним аеродинамічним перерізом заготовки типу «крило». Запропонована структура комплексного процесу формоутворення лопатки з штаби з складним перерізом.

На основі аналітичного огляду наукових публікацій та поставленої науково-технічної задачі обґрунтована необхідність врахування впливу зміщення металу та складного перерізу заготовки на положення нейтрального шару для забезпечення точності визначення напружено-деформованого стану в осередку деформації.

На основі отриманих гіпотез та припущень отримано рівняння (54), яке враховує ступеневий коефіцієнт зміщення (n), а також параметри поперечного перерізу заготовки. Рівняння вирішено відносно радіусу нейтральної поверхні (ρ) заготовки.

За результатами розрахунку побудована графічна залежність радіусу нейтральної поверхні від відносного параметру перерізу ($\frac{a}{b}$) та ступеневого коефіцієнту зміщення металу для радіусу згину 20 мм. Показано, що зі зменшенням показника ($\frac{a}{b}$) збільшується величина зміщення нейтрального шару відносно його положення для ідеально-пластичного матеріалу. Ця величина для алюмінієвих сплавів системи Al-Mg збільшується на 4,4 – 7,8% на тонкій кромці лопатки.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Weijie Ren, Ilaji Li, Enlong Xin. Texture dependent shifting behavior of neutral layer in bending of magnesium alloys. *Scripta Materialia*. Vol. 170, 2019, pp. 6–10. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.scriptamat.2019.05.028>
2. Frank Vollertsen, Axel Springer, Horst Arnet. Extrusion, channel, and profile bending: latest findings and results. *Journal of Materials Processing Technology*. Vol. 87, 1999, pp. 1 – 27. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0924-0136\(98\)00339-2](https://doi.org/10.1016/S0924-0136(98)00339-2)
3. M. Reigl, H. Lippmann, P. Mann, Air bending as a numerically controlled forming process to produce U-shaped bars, *J. Metals Sci. Technol.* Vol. 45, 1994, pp. 389 – 394.
4. M. Reigl, H. Lippmann, P. Mann, Endgestuetztes freies Biegen von Staben-ein neues Verfahrensprinzip und seine Anwendungen, *Blech Rohre Profile*. Vol. 39, 1994, pp. 54 – 58.
5. H. Arnet, M. Geiger, Controlled section bending by using a neural network, In: *Proceedings of the 29th CIRP International Seminar on Manufacturing Systems*, Osaka, Japan, 1997, pp. 108–113
6. H. Arnet, M. Geiger, F. Vollertsen, Section bending of a rigid roller on an elastic pad, in: U.P. Reissner, M. Muller-Duysing, Determining the bendability of aluminum alloy shapes for section forming, *Journal of Materials Science*, University of Ulster, 1997, pp. 451–461.
7. O. Hasegawa, H. Nishimura, Enhancement of flowability of aluminum alloy extruded shapes in press bending, in: T. Altan (Ed.), *Advanced Technology of Plasticity*. Vol. I, 1996, pp. 5091–5102.
8. O. Hasegawa, H. Nishimura, Formability of extruded square tubes in bending process, in: T. Altan (Ed.), *Advanced Technology of Plasticity*. Vol. I, 1996, pp. 623–626.
9. A. Adelhof, Development of workability of extruded square tubes in bending process, in: T. Altan (Ed.), *Advanced Technology of Plasticity*. Vol. I, 1996, pp. 509–514.
10. J. Reigl, Controlled section bending using neural networks, U.P. Reissner. *Journal of Applied Manufacturing Science*, 1998, pp. 405–413.
11. A. Adelhof, M. Kleiner, M. Liewald, Flexibles Rundbiegen von Rechteck- und Profilquerschnitten um elastische Bauteile, *Blech Rohre Profile*. Vol. 39, 1998, pp. 620–625.

12. W. Spa"th, Automatisches Profilbiegen. *Werkstatt Ber.* Vol. 1205, 1998, pp. 375–378.
13. H. Arnet, Controlled section bending using a neural network, in: Proc. of the 29th CIRP International Seminar on Manufacturing Systems, Osaka, Japan, 1997.
14. U. Heissner, M. Mu"ller-Duysing, Determining the bendability of aluminum alloy shapes for section forming. *Journal of Materials Science.* University of Ulster, 1997, pp. 451–461.
15. Осташ О.П., Чепіль Р.В., Тітов В.А., Полівода С.Л., Подгурська В.Я. Міцність і циклічна тріщиностійкість термодетформованих сплавів систем Al-Mg-Sc. *Фізико-хімічна механіка матеріалів.* 2021. 57 №3. С. 118-125.
16. Осташ О.П., Полівода С.Л., Чепіль С.Л., Тітов Р.В., Ворон В.А.І., Головчук М.М. Influence of Rare-Earth Metals on the Structure and Properties of Cast and Deformed Alloys of the Al-Mg-Cr-Sc-Zr System. *Materials Science.* 2022. P. 846-857.
17. Осташ О.П., Чепіль Р.В., Тітов В.А., Полівода С.Л., Ворон М.М., Podhrushar Ya. Strength and Cyclic Crack-Growth Resistance of Thermally Deformed Alloys of the Al-Mg-Sc System. *Materials Science.* Volume 57, pages 413–421 (2021).
18. Орлюк М. В. Дослідження вільного згину лопатки турбіни реверса. *Обработка материалов давлением.* 2015. № 1 (40)
19. Тітов В.А., Гараненко Т.Р. Метод експериментально-аналитического построения кривых деформирования материалов при испытаниях на гибку. Сообщение 1. *Обработка металлов давлением.* 2015. № 2. С. 74-80.

REFERENCES

1. Weijie Ren, Paji Li, Enlong Xin. Texture dependent shifting behavior of neutral layer in bending of magnesium alloys. *Scripta Materialia.* Vol. 170, 2019, pp. 6–10. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.scriptamat.2019.05.028>
2. Frank Vollertsen, Axel Springer, Horst Arnet. Extrusion, channel, and profile bending: latest findings and results. *Journal of Materials Processing Technology.* Vol. 87, 1999, pp. 1 – 27. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0924-0136\(98\)00339-2](https://doi.org/10.1016/S0924-0136(98)00339-2)
3. M. Reigl, H. Lippmann, P. Mann, Air bending as a numerically controlled forming process to produce U-shaped bars, *J. Metals Sci. Technol.* Vol. 45, 1994, pp. 389 – 394.
4. M. Reigl, H. Lippmann, P. Mann, Endgestuetztes freies Biegen von Staben-ein neues Verfahrensprinzip und seine Anwendungen, *Blech Rohre Profile.* Vol. 39, 1994, pp. 54 – 58.
5. H. Arnet, M. Geiger, Controlled section bending by using a neural network, In: *Proceedings of the 29th CIRP International Seminar on Manufacturing Systems*, Osaka, Japan, 1997, pp. 108–113
6. H. Arnet, M. Geiger, F. Vollertsen, Section bending of a rigid roller on an elastic pad, in: U.P. Reissner, M. Muller-Duysing, Determining the bendability of aluminum alloy shapes for section forming, *Journal of Materials Science*, University of Ulster, 1997, pp. 451–461.
7. O. Hasegawa, H. Nishimura, Enhancement of flowability of aluminum alloy extruded shapes in press bending, in: T. Altan (Ed.), *Advanced Technology of Plasticity.* Vol. I, 1996, pp. 5091–5102.
8. O. Hasegawa, H. Nishimura, Formability of extruded square tubes in bending process, in: T. Altan (Ed.), *Advanced Technology of Plasticity.* Vol. I, 1996, pp. 623–626.
9. A. Adelhof, Development of workability of extruded square tubes in bending process, in: T. Altan (Ed.), *Advanced Technology of Plasticity.* Vol. I, 1996, pp. 509–514.
10. J. Reigl, Controlled section bending using neural networks, U.P. Reissner. *Journal of Applied Manufacturing Science*, 1998, pp. 405–413.
11. A. Adelhof, M. Kleiner, M. Liewald, Flexibles Rundbiegen von Rechteck- und Profilquerschnitten um elastische Bauteile, *Blech Rohre Profile.* Vol. 39, 1998, pp. 620–625.
12. W. Spa"th, Automatisches Profilbiegen. *Werkstatt Ber.* Vol. 1205, 1998, pp. 375–378.
13. H. Arnet, Controlled section bending using a neural network, in: Proc. of the 29th CIRP International Seminar on Manufacturing Systems, Osaka, Japan, 1997.
14. U. Heissner, M. Mu"ller-Duysing, Determining the bendability of aluminum alloy shapes for section forming. *Journal of Materials Science.* University of Ulster, 1997, pp. 451–461.
15. Strength and Cyclic Fracture Toughness of Thermo-Deformed Al-Mg-Sc System Alloys / O.P. Ostash, R.V. Chepil, V.A. Titov, S.L. Polivoda, V.Ya. Podhurska // Physical and Chemical Mechanics of Materials – 2021. – Vol. 57, No. 3. – pp. 118–125 (in Ukrainian).
16. Ostash O.P., Polivoda S.L., Chepil S.L., Titov R.V., Voron V.A.I., Golovchuk M.M. Influence of Rare-Earth Metals on the Structure and Properties of Cast and Deformed Alloys of the Al-Mg-Cr-Sc-Zr System. *Materials Science.* 2022. P. 846-857
17. Ostash O.P., Chepil R.V., Titov V.A., Polivoda S.L., Voron M.M., Podhrushar Ya. Strength and Cyclic Crack-Growth Resistance of Thermally Deformed Alloys of the Al-Mg-Sc System. *Materials Science.* Vol. 57, pp. 413–421 (2021).
18. Orlyuk M.V. Investigation of the Free Bending of a Reversing Turbine Blade. *Materials working by pressure.* 2015. No. 1 (40) (in Ukrainian).
19. Titov V.A., Garanenko T.R. Experimental–Analytical Method for Constructing. Material Deformation Curves in Bending Tests. Part 1. *Materials working by pressure.* 2015. No. 2. pp. 74–80 (in Ukrainian).

Titov V., Sokhan. D., Balushok K. Influence of the complex cross-section of the workpiece and metal hardening on the stress–strain state during bending.

The article is devoted to the theoretical analysis of the bending process of a complex-shaped metal strip made of strain-hardening materials. The main objective of the study is to determine the radius of the neutral surface in cross-sections of complex geometry. The assumptions regarding material plasticity, as well as the plane strain state and the volumetric stress state, made it possible to analyze the bending process in the transverse cross-section of the workpiece. Taking these features into account, fundamental equations for determining the neutral surface were proposed. The obtained results make it possible to describe bending processes, which simplifies the analysis and calculation of defect formation during the design of part-manufacturing processes.

The structural scientific and applied problem of ideally plastic bending on an edge in the cold state from aluminum alloys of the Al-Mg system of a flat staff is considered using the example of a typical part of a gas turbine engine, a reverse blade with a transverse aerodynamic cross-section of a workpiece of the “wing” type. The structure of a complex process of forming a blade from a staff with a complex cross-section is proposed. Based on an analytical review of scientific publications and the scientific and technical problem, the need to take into account the influence of metal strengthening and a complex cross-section of the workpiece on the position of the neutral layer is justified to ensure the accuracy of determining the stress-strain state in the deformation center. Based on the obtained hypotheses and assumptions, an equation is obtained that takes into account the step strengthening coefficient, as well as the parameters of the cross-section of the workpiece.

Keywords: neutral surface, strip, radius of the neutral surface, Deform-3D, complex cross-section, finite element method, stress–strain state.

Тітов Вячеслав Андрійович – д-р техн. наук, проф., НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського»
Titov Viacheslav – Doctor of Technical Sciences, Full Professor, NTUU "Igor Sikorsky KPI"
E-mail: vat.kpi@gmail.com
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4234-6961>

Сохан Дмитро Володимирович – асистент НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського»
Sokhan Dmytro – assistant NTUU "Igor Sikorsky KPI"
E-mail: sokhan.dima@gmail.com
ORCID: <https://orcid.org/0009-0008-4951-8755>

Балушок Костянтин Броніславович – канд. техн. наук, доц., АТ «Мотор Січ»
Balushok Kostiantyn – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, JSC "MOTOR SICH"
E-mail: vat.kpi@gmail.com
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8212-9275>

НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського» – Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», м. Київ
NTUU "Igor Sikorsky KPI" – National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv

АТ «Мотор Січ» – Акціонерне Товариство «Мотор Січ», м. Запоріжжя
JSC “Motor Sich” – Joint-stock company “Motor Sich”, Zaporizhzhia

Стаття надійшла до редакції 15.10.25 р.