

УДК 621.117

DOI: 10.37142/2076-2151/2020-1(50)147

Огородников В. А.
Сухоруков С. И.
Архипова Т. Ф.

ПОСТРОЕНИЕ ДИАГРАММ ПЛАСТИЧНОСТИ С УЧЕТОМ МЕХАНИКИ ЛОКАЛИЗАЦИИ ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ ОДНООСНОМ РАСТЯЖЕНИИ

Диаграммы пластичности, используемые в феноменологических критериях разрушения в качестве характеристики материала, получают путем испытания материалов на различные виды - растяжение, сжатие, кручение или комбинация этих видов испытаний. При этом показатели напряженного состояния – безразмерные величины обычно равные отношению инвариантов тензора или девиатора напряжений должны оставаться постоянными в течение всего времени деформирования, вплоть до разрушения. Такими показателями, получившими широкое распространение в теории деформируемости, являются показатели

$$\eta = \frac{I_1(T_\sigma)}{\sqrt{3I_2(D_\sigma)}} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\sigma_u}, \quad (1)$$

$$\chi = \frac{\sqrt[3]{I_3(T_\sigma)}}{\sqrt{3I_2(D_\sigma)}} = \frac{\sqrt[3]{\sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3}}{\sigma_u}, \quad (2)$$

$$\mu_\sigma = 2 \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3}, \quad (3)$$

где $I_1(T_\sigma)$, $I_3(T_\sigma)$, $I_2(D_\sigma)$ – соответственно первый, третий инварианты тензора напряжений, второй инвариант девиатора напряжений, σ_1 , σ_2 , σ_3 – главные напряжения, σ_u – интенсивность напряжений. Экспериментально построенные кривые $e_p(\eta, \chi, \mu_\sigma \dots)$

$$e_p = \int d\varepsilon_u. \quad (4)$$

аппроксимируют, и полученные функции называют диаграммой пластичности [1-5]. При проведении экспериментов необходимо соблюдать условия $\eta = \text{const}$, $\chi = \text{const}$, $\mu_\sigma = \text{const}$. Однако указанное условие постоянства показателя напряженного состояния в процессе испытания часто не выполняется. Путь деформирования частиц материала $\eta(e_u)$, например, при растяжении может изменяться от $\eta = 1$ (одноосное растяжение) до $\eta > 2$ (двухосное растяжение). Как показано в работах [4-5] предельная деформация оказывается, зависящей от истории деформирования и в некоторых случаях превышает величину $e_p(\eta = 0)$ (кручение), что противоречит физическим представлениям.

Кроме того, как показано в работе [5] при растяжении образцов из материалов, разрушению которых предшествует локализация деформаций в виде "шейки" на величину $e_p(\eta = 1)$ оказывает влияние объемность схемы напряженного состояния. В качестве показателя напряженного состояния в работе [5] предложен показатель (2), учитывающий влияние третьего инварианта тензора напряжений на пластичность в условиях локализации деформаций $e_p(\eta = 1)$. В этой же работе показано, что $I_3(T_\sigma)$ оказывает влияние на пластичность. В области изменения показателя $1 \geq \eta \geq -2$ на диаграмму пластичности оказывает влияние третий инвариант тензора напряжений в области $1 > \eta > 0$ третий инвариант повышает пластичность (рис. 1) (по сравнению с диаграммой пластичности, построенной в условиях $I_3(T_\sigma) = 0$).

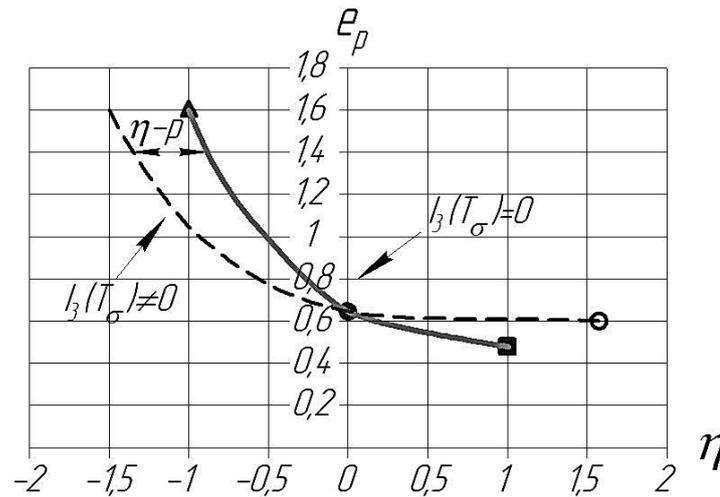


Рис. 1. Диаграмма пластичности стали 20:

■ – растяжение; ▲ – сжатие; ● – кручение; ○ – $\eta = 1,55$ ---- $I_3(T_\sigma) \neq 0$, — $I_3(T_\sigma) = 0$,

Как показано в работе [6] при постоянном показателе напряженного состояния градиент деформаций повышает пластичность. В указанной работе приведены результаты экспериментов, проведенных на образцах из быстрорежущих сталей P12 и P18 квадратного и прямоугольного поперечного сечений. Различный градиент деформаций достигается за счет различных размеров поперечного сечения. Образцы деформировали в условиях чистого изгиба вплоть до разрушения. Деформации определяли экспериментально методом делительных сеток, нанесенных с помощью твердомера "Виккерс" базой 1 мм на боковую поверхность.

Степень деформации при чистом изгибе:

$$e_u = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_r - \varepsilon_\theta)^2 + (\varepsilon_\theta - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_r)^2}. \quad (5)$$

Тензор деформаций, характеризующий градиент деформаций:

$$T_3 = \sqrt{\left(\frac{\partial \varepsilon_r}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varepsilon_z}{\partial r}\right)^2 + 2\left(\frac{\varepsilon_r}{r_0} - \frac{\varepsilon_\theta}{r_0}\right)^2}. \quad (6)$$

Производные определяли как тангенс угла наклона касательных к соответствующим зависимостям в точках примыкающих к месту разрушения. Радиусы кривизны определяли для растянутой поверхности в области примыкающей к линии разрыва.

Показатель напряженного состояния (1) равный отношению первого инварианта тензора напряжений в интенсивности напряжений рассчитывали по формуле:

$$\eta = 2 \frac{\varepsilon_r}{e_u}. \quad (7)$$

Значение η практически не отличалось от единицы.

На основе обработки полученных экспериментальных данных в работе [6] исходя из теории диффузии дислокаций и предположения о том, что при $\eta = \text{const}$ интенсивность деформаций пропорциональна плотности дислокаций, предложено следующее уравнение:

$$e_p = b \exp(\beta t) + \frac{4}{3} \frac{\frac{\partial e_u}{\partial x} \int_{x=l} \sqrt{Dt}}{\sqrt{\pi}}. \quad (8)$$

Зависимость (8) проверена экспериментами: $\beta t = 2,0816$, $Dt = 16,81 \text{ мм}^2$, $b = 0,0095$. Экспериментальные данные аппроксимировали выражением:

$$e_p = 0,5(\text{grad } e_u)^{0,31} \quad (9)$$

или

$$\text{grad } e_u = \exp\left(\ln \frac{e_u}{0,5} / 0,31\right). \quad (10)$$

Полученные результаты дают возможность учесть влияние градиента деформаций при построении диаграммы пластичности.

В работе [7] исследована предельная деформация на контуре центрального кругового отверстия в растягиваемых пластинах шириной 55 мм и толщиной 2 мм из стали Ст.3. Пластины растягивали ступенчато возрастающей нагрузкой. На пластинах нанесена делительная сетка базой 0,1 мм. Измеряли удельные деформации e_u .

Полученные результаты зависимости предельной интенсивности деформаций от градиента деформаций аппроксимировали соотношением:

$$e_p = B \left(\text{grad } \frac{1}{\text{мм}} \right)^m, \quad (11)$$

или

$$\text{grad } e_u \frac{1}{\text{мм}} = \exp\left(\ln \frac{e_p}{B} / m\right), \quad (12)$$

где $B = 0,85$, $m = 0,261$.

Наибольшая неоднородность напряженно-деформированного состояния оказывается также при таком виде испытаний как кручение ($\eta = 0$).

При постоянстве показателя напряженного состояния ($\eta = 0$) реализовали испытанием на кручение образцов диаметром $d = 20, 15, 10, 7,5, 5$ мм.

Вдоль образующих цилиндрических образцов с помощью штангенциркуля проводили продольную риску. После разрушения на инструментальном микроскопе измеряли углы наклона винтовых линий вблизи места разрушения. Степень деформации определяли по формуле:

$$e_p = \frac{\text{tg } \alpha}{\sqrt{3}}. \quad (13)$$

Измеряли также диаметр образца и длину рабочей части до и после разрушения. В рассматриваемом случае эти параметры практически не изменялись. Следовательно, кручение было стесненным, т. е. возникали осевые сжимающие напряжения, однако как показано в работе [7] они на два порядка меньше касательных и удлинение образцов практически отсутствовало. Следовательно, гипотеза плоских сечений выполняется ($\varepsilon_z(z) = \text{const} \cong 0$, $\sigma_z \cong 0$).

Квадратичный инвариант тензора деформаций T_3 при кручении равен:

$$T_3 = \left[\left(\frac{\varepsilon_{z\theta}}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varepsilon_{z\theta}}{\partial r} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (14)$$

При кручении $grad \varepsilon_u = \frac{de_u}{dr} \cdot \frac{1}{e_{u \max}} = \frac{d\gamma}{dr} \cdot \frac{1}{\gamma_{\max}}$, т. е. при радиусе $r = 4$ мм

$grad \varepsilon_u = \frac{1}{r} = 0,25 \frac{1}{\text{мм}}$ влияние градиента деформаций несущественно.

Среди многочисленных аппроксимаций диаграмм пластичности [1–5, 7, 8] остановимся на тех, у которых коэффициенты аппроксимации имеют физический смысл. Так в работах [2–5] приведена аппроксимация вида:

$$e_p(\eta) = e_p(\eta = 0) \exp(-\lambda_i \eta). \quad (15)$$

Здесь коэффициент аппроксимации λ_i равен:

$$\lambda_i = \ln \frac{e_p(\eta = 0)}{e_p(\eta = 1)}. \quad (16)$$

Его использование в уравнении (15) необходимо в пределах изменения показателя в пределах $1 \geq \eta > 0$. Для интервала изменений показателя $0 \geq \eta \geq -1$ коэффициент λ_2 равен:

$$\lambda_2 = \ln \frac{e_p(\eta = -1)}{e_p(\eta = 0)}. \quad (17)$$

На рис. 2 показана диаграмма пластичности быстрорежущей стали Р18, аппроксимированная с помощью формулы (15), где $\lambda_1 = 1,31$, $\lambda_2 = 1,26$. Данная марка стали была выбрана в связи с тем, что при растяжении не образуется шейка.

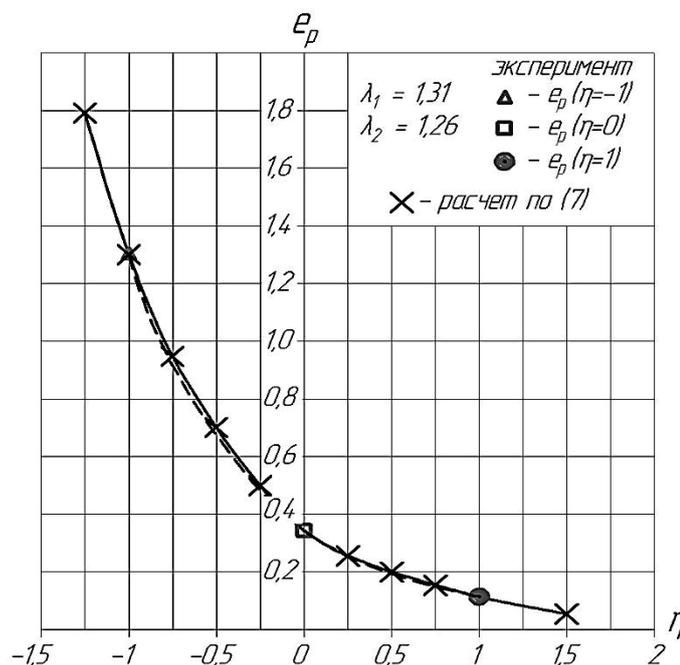


Рис. 2. Диаграмма пластичности быстрорежущей стали Р18

В полулогарифмических координатах λ_i – тангенсы угла наклона прямых, построенных в координатах $e_p(\eta)$. Коэффициент λ_i ($i = 1, 2$) – это по существу коэффициент "чувствительности" пластичности к изменению схемы напряженного состояния. Чем больше величина этих коэффициентов, тем интенсивнее происходит рост пластичности с возрастанием гидростатического давления.

Подобное представление о физической сущности коэффициентов λ позднее опубликовано в монографии В. А. Скуднова [8], в которой с точки зрения физики металлов показана целесообразность введения коэффициентов "чувствительности" пластичности к изменению показателя η . Так в указанной работе перегибы на диаграммах пластичности, построенных в полулогарифмических координатах, связаны с показателем релаксационной способности (пластичности) поликристаллов m :

$$m = \frac{d \ln \sigma}{d \ln \dot{\epsilon}}, \quad (18)$$

а величины e_p , δ , ψ есть следствие величины m (но не только ее одной).

Таким образом, в настоящей работе рассмотрены особенности, возникающие при построении диаграмм пластичности в условиях таких испытания, как одноосное растяжение, а также кручение. На примере стали Ст. 3, испытанной в условиях растяжения, рассмотрим предложенный нами алгоритм построения диаграмм пластичности в интервале изменения показателя η от $\eta = 0$, до $\eta = 2$ [9].

Три стандартных цилиндрических образца из стали Ст. 3 (данная сталь выбрана в связи с тем, что разрушению этой стали предшествует локализация в виде шейки) растягивали до различных степеней деформаций ($\delta = \frac{l_i - l_0}{l_0} \cdot 100\%$, $\delta_1 = 2,56\%$, $\delta_2 = 15,92\%$, $\delta_3 = 20,92\%$).

После деформации (3-й образец был разрушен) измеряли геометрические параметры (см. табл. 1).

Таблица 1

Геометрические параметры и некоторые характеристики образцов стали Ст. 3

N обр.	l , мм	h , мм	d_{us} , мм	d_0 , мм	$d_{yсм.}$, мм	l_0 , мм	δ , %	R , мм	r , мм	e_p	$d_{пред}$	e_p
1	12	4,675	5,1	9,61	8,00	9,926	20,9	11,58	1,3	1,27	5,9	0,975
2	14	1,1	6,1	9,61	8,05	9,926		22,82	1,19	0,91	6,35	0,829
3	16	1	7,7	9,61	8,45	9,926		34	1,165	0,443	7,27	0,558

Следуя работе [9] радиус шейки определяли по формуле:

$$R = \frac{l^2 + 4h^2}{8h}. \quad (19)$$

Показатель напряженного состояния по Бриджмену:

$$\eta = 1 + 3 \ln \left(1 + \frac{d_i}{4} \cdot \frac{1}{R} \right). \quad (20)$$

В работе [10] показан снимок шейки алюминиевого образца непосредственно перед разрушением. При этом в центре сечения наблюдается макротрещина, которая не дошла до краев контура сечения. Поэтому расчет предельной деформации по формуле

$$e_p = 2 \ln \frac{d_0}{d_{us}}, \quad (21)$$

существенно завышает пластичность.

В работе [9] предлагается расчет предельной деформации e_p проводить по формуле:

$$e_p^* = 2 \cdot \ln \frac{d_0 \cdot 2,22}{d_{ш} + d_{уст}}, \quad (22)$$

где $d_{уст}$ – диаметр сечения цилиндрического образца на удалении от минимального радиуса шейки.

Расчет по (22) занижает пластичность, что соответствует физическим представлениям о падении пластичности с увеличением показателя η .

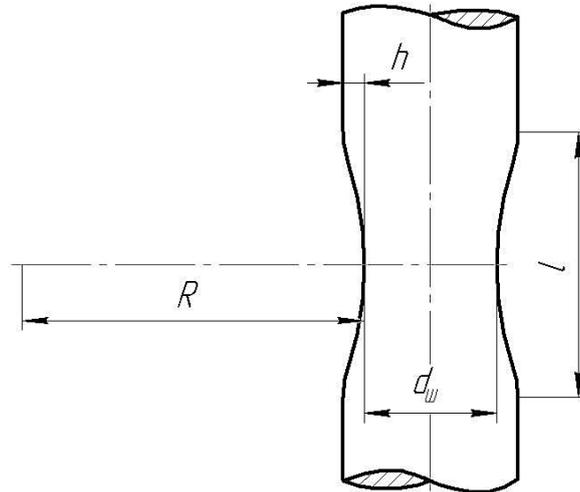


Рис. 3. Схема для определения показателя напряженного состояния η и радиуса контура шейки R

Дадим обоснование возможности такого расчета на основе изложенного выше подхода о влиянии трех факторов на пластичность – градиента деформаций, истории деформирования и третьего инварианта тензора напряжений.

В рассматриваемом примере растяжения цилиндрических образцов из стали Ст. 3 в области локализации деформации (в шейке) градиент деформаций завьшает пластичность на величину $\Delta e_u \approx 0,11$, история деформирования $\omega = \frac{e_p(\eta)}{e_p(\eta = \text{const})} = 1,12 \dots 1,14$, третий инвариант $I_3(T_\sigma)$ завьшает пластичность на 10–12 %. Расчет фактической предельной деформации дает результат:

$$e_p^* = e_p [1 - (0,11 + 0,13 + 0,11)] = 1,27 [1 - 0,35] = 0,8255. \quad (23)$$

Расчет по формуле (22) дает удовлетворительную сходимость с расчетом по (23) $e_p^* = 0,975$.

ВЫВОДЫ

Разработана методика расчета предельных деформаций при построении диаграмм пластичности в условиях локализации деформации при одноосном растяжении. «Аномальное» повышение пластичности при возрастании показателя напряженного состояния объясняется влиянием трех факторов: градиента деформаций, истории деформирования и третьего инварианта тензора напряжений.

На примере построения диаграммы пластичности стали Ст. 3 показано количественное влияние указанных трех факторов на величину предельной деформации в шейке растянутого до разрушения образца. Суммарное значение завьшения предельной деформации составляет 35 %.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Огородников В. А., Деревенько И. А., Побережный М. И. Карты материалов в процессах обработки материалов давлением. *Вісник національного технічного університету України "КПІ". Серія "Машинобудування"*. 2011. № 62. С. 88–91.
2. Огородников В. А., Алиева Л. И., Кожушаный В. М., Деревенько И. А. Параметры модели, формирующей карту материала в процессах обработки давлением. *Обработка материалов давлением*. Краматорск : ДГМА, 2011. № 1(26). С. 91–98.
3. Огородников В. А., Алиева Л. И., Деревенько И. А. Параметры напряженного состояния диаграмм пластичности. *Обработка материалов давлением*. Краматорск : ДГМА, 2011. № 4(29). С. 10–18.
4. Del G. D., Ogorodnikov V. A., Spiridonov L. K. Plasticity of Metal Subjected to Complex [Article plasticity of metal at complex loading]. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Mashinostr.* 1974. № 12. P. 22–26.
5. Огородников В. А. Деформируемость и разрушение металлов при пластическом формоизменении. Киев: УМК ВО, 1989. 152 с.
6. Огородников В. А., Сивак И. О. Зависимость пластичности металлов от градиента пластических деформаций. *Изв. АН СССР. Металлы*. 1978. № 6. С. 169–174.
7. Дель Г. Д. Технологическая механика. Москва: Машиностроение, 1978. 174 с.
8. Скуднов В. А. Предельные пластические деформации металлов. Москва: Металлургия, 1989. 176 с.
9. Огородников В. А., Кириця І. Ю., Перлов В. Є. Механіка процесів холодного пластичного деформування вісесиметричних заготовок з глухим отвором: монографія. Вінниця: ВНТУ, 2015. 164 с.
10. Малинин Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. Москва: Машиностроение, 1975. 400 с.

REFERENCES

1. Ogorodnikov V.A., Derevenko I.A., Poberezhny M.I. Maps of materials in the processes of processing materials by pressure. *Bulletin of the National Technical University of Ukraine "KPI". Series "Mechanical Engineering"*. 2011. No. 62. 88-91. (in Russian).
2. Ogorodnikov V.A., Alieva L.I., Kozhushany V.M., Derevenko I.A. Parameters of the model forming the map of the material in the pressure processing. *Materials working by pressure*. Kramatorsk: DSMA, 2011. No. 1 (26). S. 91–98. (in Russian).
3. Ogorodnikov V.A., Alieva L.I., Derevenko I.A. Parameters of the stress state of plasticity diagrams. *Materials working by pressure*. Kramatorsk: DSMA. 2011. No. 4 (29). S. 10-18. (in Russian).
4. Del G.D., Ogorodnikov V.A., Spiridonov L.K. Plasticity of Metal Subjected to Complex [Article plasticity of metal at complex loading]. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Mashinostr.* 1974. № 12. P. 22–26.
5. Ogorodnikov V.A. Deformability and destruction of metals in plastic form change. Kyiv: UMK VO. 1989. 152 p. (in Russian).
6. Ogorodnikov V.A., Sivak I.O. Dependence of plasticity of metals on the gradient of plastic deformations. *Izv. Academy of Sciences of the USSR. Metals*. 1978. No. 6. P. 169–174. (in Russian).
7. Del G.D. Technological mechanics. Moscow: Mechanical Engineering. 1978. 174 p. (in Russian).
8. Skudnov V.A. Limit plastic deformations of metals. Moscow: Metallurgy, 1989. 176 p. (in Russian).
9. Ogorodnikov V.A., Kiritsa I.Y., Perlov V.E. Mechanics of cold plastic deformation of axisymmetric blanks with a blind hole: a monograph. Vinnytsia: VNTU. 2015. 164 p. (in Ukrainian).
10. Malinin N.N. Applied theory of plasticity and creep. Moscow: Mechanical Engineering, 1975. 400 p. (in Russian).

Огородников В. А. – д-р техн. наук, проф. ВНТУ;

Сухоруков С. І. – канд. техн. наук, доц. ВНТУ;

Архипова Т. Ф. – канд. техн. наук, доц. ВНТУ.

ВНТУ – Винницкий национальный технический университет, г. Винница.

E-mail: va.ogorodnikow@gmail.com.